TEMA 3

NÚMEROS DECIMALES

Criterios De Evaluación de la Unidad

1. Identificar el significado de número decimal.
2. Ordenar y representar números decimales.
3. Pasar correctamente de fracción a decimal y viceversa.
4. Operar correctamente con números decimales, respetando la jerarquía de las operaciones.
5. Resolver operaciones sencillas y problemas de la vida cotidiana mediante el cálculo mental.
6. Resolver problemas utilizando las operaciones con números decimales y realizando redondeos o estimaciones cuando proceda.

INDICE

1 NÚMEROS DECIMALES

1.1 Concepto

Al efectuar el cociente que representa una facción, a menudo obtenemos un **número decimal**.

$$\frac{93}{25} = 3,72$$

Los números decimales constan de dos partes separadas por una coma:

3,72

Parte entera **Parte decimal**

En función de las cifras que contenga la parte decimal, podemos hacer la siguiente clasificación:

1.2 Clasificación

TIPO DE DECIMAL	DEFINICIÓN
Decimal exacto	Es aquel cuya parte decimal tiene un número limitado (finito) de cifras. *0,25;0,1235;253,4554.....*
Decimal periódico	**Decimal periódico puro:** Es aquel en que todas las cifras de la parte decimal se repiten infinitamente, es lo que llamamos **periodo**. $2,2121212121....=2,\widehat{21}$
	Decimal periódico mixto: Es aquel en que alguna de las cifras de la parte decimal, NO forman parte del periodo. $0,9533333333......=0,95\widehat{3}$
Decimal no periódico	Es aquel cuya parte decimal es infinita, pero no se repite ningún número periódicamente. *2,3456789256725....*

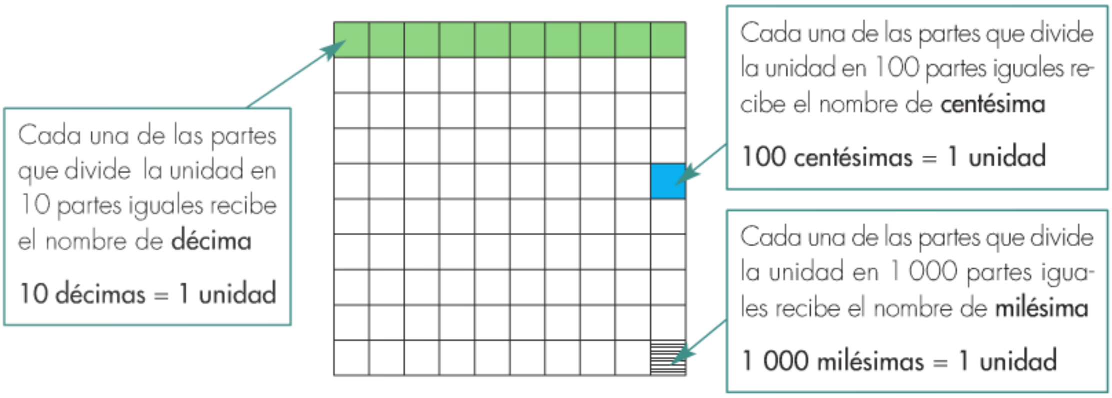
1.3 Lectura

El procedimiento para leer un número decimal es el siguiente:

- Nombramos las unidades enteras.
- Leemos la parte que va detrás de la coma, dándole el nombre de la última cifra decimal que aparece.

Para ello debemos conocer los órdenes de unidad, vamos a ver un ejemplo de cómo se nombrarían con el número decima 12,896.

	PARTE ENTERA				PARTE DECIMAL		
Número	c	d	u	,	décima	centésima	milésima
12,896		1	2	,	8	9	6



2 FRACCIÓN DECIMAL

Cualquier **número decimal exacto o periódico** se puede expresar en forma de **fracción**. En este curso veremos cómo convertir un número decimal exacto en fracción. Una **fracción decimal** tiene como denominador una potencia de 10, es decir, 10, 10^2, 10^3…

Observa este ejemplo:

$$\text{1 décima} = \frac{1}{10^1} = \frac{1}{10} \qquad \text{1 centésima} = \frac{1}{10^2} = \frac{1}{100} \qquad \text{1 milésima} = \frac{1}{10^3} = \frac{1}{1000}$$

2.1 De fracción a número decimal

Para hallar el número decimal exacto correspondiente a una fracción decimal se escribe el numerador y se separan tantas cifras decimales como ceros tiene el denominador.

Veamos unos ejemplos:

$$\frac{5236}{\underbrace{100}_{2\ \text{ceros}}} = \underbrace{52{,}36}_{2\ \text{cifras decimales}} \qquad \frac{25}{\underbrace{1000}_{3\ \text{ceros}}} = \underbrace{0{,}025}_{3\ \text{cifras decimales}}$$

2.2 De número decimal a fracción

Para hallar la fracción correspondiente a un número decimal exacto se escribe, como numerador, el número sin coma y, como denominador, la unidad seguida de tantos ceros como cifras decimales tiene el número decimal.

Veamos unos ejemplos:

$$\underbrace{125{,}25}_{2\ \text{cifras decimales}} = \frac{12525}{\underbrace{100}_{2\ \text{ceros}}} = \frac{501}{4} \qquad \underbrace{0{,}0023}_{4\ \text{cifras decimales}} = \frac{23}{\underbrace{10000}_{4\ \text{ceros}}}$$

SIEMPRE hay que simplificar hasta la fracción irreducible

Esta fracción YA es irreducible

2.3 De número decimal a fracción avanzado

Los números *decimales exactos*, *periódicos puros* y *periódicos mixtos* se pueden expresar como números enteros fraccionarios.

FRACCIÓN GENERATRIZ

La fracción generatriz es el número fraccionario al que equivale un número decimal. El número decimal puede ser EXACTO, PERIÓDICO PURO o PERIÓDICO MIXTO. Llamaremos a esa fracción generatriz "N".

FRACCIÓN GENERATRIZ DE UN DECIMAL EXACTO

$$\mathbf{N}= \frac{\boldsymbol{Número\ sin\ la\ coma}}{\mathbf{10 \ldots 00}}$$

Número 1 seguido de tantos ceros como cifras tenga la parte decimal del número

Por ejemplo: Para expresar el número ***N*=2,576** en forma fraccionaria

El número tiene 3 cifras decimales. En el numerador ponemos **el número sin la coma** *es decir podremos **2576**, y en el denominador el 1 seguido de tantos ceros como decimales, es decir podremos 1000 (pues 2,**576** tienen 3 decimales), es decir obtendremos;*

$$\boldsymbol{N} = \frac{\mathbf{2576}}{\mathbf{1000}}$$

si se puede se obtiene la fracción irreducible(simplificada) de esta

$$N = \frac{2576}{1000} = \frac{322}{125}$$ <u>esta es la fracción generatriz de 2,576</u>

FRACCIÓN GENERATRIZ DE UN DECIMAL PERIÓDICO PURO y MIXT0

$$\mathbf{N}= \frac{\boldsymbol{ParteEnteraAnteperiodoPeriodo - Parte\ enteraAnteperido}}{\boldsymbol{tantos\ nueves\ como\ cifras\ tiene\ el\ período\ y\ ceros\ como\ cifras\ de\ antep}}$$

Por ejemplo: Caso con parte entera no nula. El número **N= 4,** $\mathbf{\overset{\frown}{359}}$ es un decimal periódico puro, está formado por una parte entera no nula **4**, $\overset{\frown}{359}$ (el 4) y por una parte decimal que es un período por que se repite 4, $\mathbf{\overset{\frown}{359}}$ **.**

Siguiendo la fórmula descrita <u>en el numerador</u> al número sin coma (**4359**) le restamos la parte entera (el **4**). En el denominador ponemos el 999, es decir tantos nueves como cifras tiene el período (que son 3 por que el período era 4, $\mathbf{\overset{\frown}{359}}$ **)**

$$N = \frac{4359-4}{999} = \frac{4355}{999}$$

<u>esa es la fracción generatriz</u> (no podemos simplificarla más).

Por ejemplo: Caso con parte entera nula. El número **N= 0,** $\mathbf{\overset{\frown}{057}}$ es un decimal periódico puro (es el 0,057057057…), está formado por una parte entera nula **0**, $\overset{\frown}{057}$ (el cero) y por una parte decimal 0, $\mathbf{\overset{\frown}{057}}$ que se repite (057 que es período).

Siguiendo la fórmula descrita <u>en el numerador</u> al número sin coma (057) le restamos la parte entera (el **0** en este caso). En el denominador ponemos el 999, es decir tantos nueves como cifras tiene el período (que son 3 por que el período era 0**,** $\mathbf{\overset{\frown}{057}}$ **)**

$$N = \frac{057-0}{999} = \frac{57}{999}$$ **esta fracción es reducible**

$$N = \frac{57}{999} = \frac{19}{333}$$ **esta sería la fracción generatriz**

N= $\dfrac{ParteEnteraAnteperiodoPeriodo - Parte\ enteraAnteperido}{tantos\ nueves\ como\ cifras\ tiene\ el\ período\ y\ ceros\ como\ cifras\ de\ antep}$

Por ejemplo: **<u>Caso con parte entera no nula</u>.** El número **N=** $3{,}2\widehat{48}$ es un decimal periódico mixto, está formado por una parte entera no nula **3**, el anteperiodo **2** y el periodo **48.**

Siguiendo la fórmula descrita <u>en el numerador</u> al número sin coma (**3248**) le restamos la parte entera (el **3**). En el denominador ponemos el 990, es decir tantos nueves como cifras tiene el período (que son 3 por que el período era 48 y tantos ceros como cifras tiene el anteperiodo, que es 1 cifra, el 2**)**

$$N = \frac{3248-32}{990} = \frac{3216}{990} = \frac{536}{165}$$

<u>esa es la fracción generatriz</u> (no podemos simplificarla más).

2.4 Representación y ordenación

Para poder comparar números decimales, seguiremos unos sencillos pasos con un ejemplo:

Vamos a comparar varios números decimales:

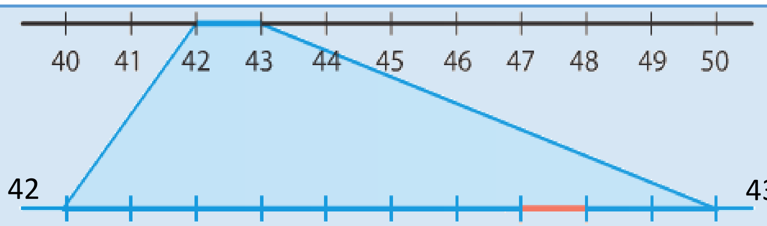
PROCEDIMIENTO	*EJEMPLO*
En primer lugar, nos fijamos en la parte entera.	**15**,82 y **14**,25 →15 > 14 por tanto 15,82 > 14,25
Si tienen la misma parte entera, nos fijamos en la cifra de las décimas.	15,**7**6 y 15,**8**2 → 8 > 7 por tanto 15,76 < 15,82
Si la cifra de las décimas es igual, nos fijamos en la cifra de las centésimas.	15,8**6** y 15,8**2** → 6 > 2 por tanto 15,86 > 15,82

Si la cifra de las centésimas es igual, nos fijaríamos en la cifra de las milésimas y así sucesivamente hasta encontrar dos cifras diferentes que nos permita decidir cuál es el número mayor

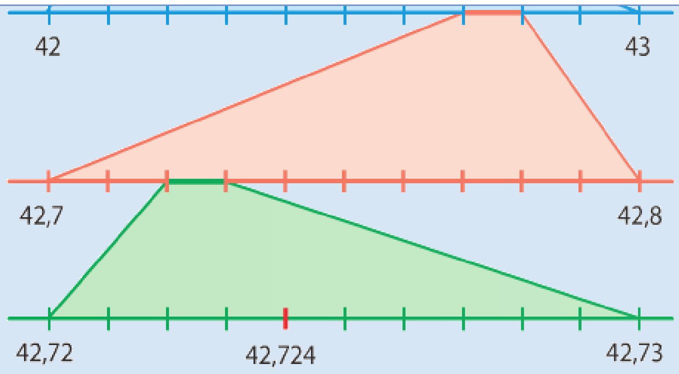
Si queremos representar números decimales, haremos lo mismo que en los números naturales, utilizar la recta numérica. Para ello, vamos a representar el número 42,724 en una recta, paso a paso.

Localizamos en la recta los dos números enteros entre los que se encuentra nuestro número decimal.

Dividimos el segmento que está entre estos dos números y lo dividimos en 10 partes iguales para representar las décimas.



Dividimos cada décima en 10 partes iguales para representar las centésimas; cada centésima en 10 partes iguales para representar las milésimas y así sucesivamente



3 OPERACIONES CON NÚMEROS DECIMALES

3.1 Suma y resta

Al igual que hemos hecho tanto con números naturales como con números enteros, sumamos unidades con unidades, decenas con decenas, centenas con centenas….y así sucesivamente. Es decir, operamos con las cifras que ocupan el mismo orden de magnitud, pero teniendo en cuenta la como decimal.

PROCEDIMIENTO	***EJEMPLO***
- Se colocan los números en columna de modo que coincidan las comas, se añaden ceros si es necesario para que todos los números tengan el mismo número de cifras. - Se efectúa la operación como si se tratase de números enteros. - Se coloca la coma en el lugar correspondiente.	$42{,}09+68{,}634+17{,}2=\begin{array}{r} 42{,}090 \\ 68{,}634 \\ +\ 17{,}200 \\ \hline 127{,}924 \end{array}$ $432{,}76-274{,}95=\begin{array}{r} 432{,}76 \\ -274{,}95 \\ \hline 157{,}81 \end{array}$

3.2 Multiplicación

Para multiplicar dos números decimales o un número decimal por un entero, seguiremos los siguientes pasos:

PROCEDIMIENTO	***EJEMPLO***
- Se efectúa la operación como si fueran números enteros. - Se separan tantas cifras decimales como tengan entre los dos factores.	$162{,}5\times 1{,}284=\begin{array}{r} 162{,}5 \\ \times\ 1{,}284 \\ \hline 6500 \\ 13000 \\ 3250 \\ 1625 \\ \hline 208{,}6500 \end{array}$

MULTIPLICACIÓN POR LA UNIDAD SEGUIDA DE CEROS

Para multiplicar por la unidad seguida de ceros (10, 100, 1000…) basta con **desplazar** la coma hacia la **derecha** tantos lugares como ceros hayan, añadiendo ceros si fuera necesario.

Por ejemplo:

$\underset{}{12{,}25} \cdot \underset{1\ cero}{10} = \underset{desplazamos\ la\ coma\ 1\ posición}{122{,}5}$ $\qquad$ $1{,}23 \cdot \underset{3\ ceros}{1000} = \underset{desplazamos\ la\ coma\ 3\ posciciones}{1230}$

3.3 División

DIVISIÓN DE UN NÚMERO DECIMAL ENTRE UN NÚMERO ENTERO

PROCEDIMIENTO	EJEMPLO
- Se efectúa la división de la parte entera. - Se baja la cifra de las décimas y se coloca una coma en el cociente. - Se prosigue la división hasta obtener el número de cifras decimales deseados.	8 5 7,2 | 3 7 1 1 7 2 3 0 6 8 5 7,2 | 3 7 1 1 7 2 3,1 0 6 2 2 5

¿QUÉ OCURRE SI EL DIVIDENDO ES MENOR QUE EL DIVISOR?

PROCEDIMIENTO	EJEMPLO
- Se coloca un cero en el cociente seguido de una coma y se desplaza la derecha. - Una vez que la parte entera del dividendo es mayor que el divisor, se efectúa la división.	7 8 9 7,6, | 8 9 3 2 0, 7 8 9 7 6 | 8 9 3 2 7 5 2 0 0 0,8 8 3 7 4 4

Si después de colocaren el cociente un cero seguido de una coma y desplazar un lugar hacia la derecha la coma del dividendo, éste sigue siendo menor que el divisor, debemos seguir desplazando la coma hacia la derecha hasta que el dividendo sea mayor que el divisor, añadiendo cada vez un cero en el cociente.

$$1{,}678 \,\underline{|\, 25 \quad}$$ $$16{,}78 \,\underline{|\, 25 \quad}\; 0,$$ $$167{,}8 \,\underline{|\, 25 \quad}\; 0{,}0$$ $$\begin{array}{l|l} 167{,}8 & 25 \\ \hline 178 & 0{,}067 \\ 3 & \end{array}$$

$1 < 25$ $\quad 16 < 25$ $\quad 167 > 25$

DIVISIÓN DE DOS NÚMEROS DECIMALES

PROCEDIMIENTO	*EJEMPLO*
- Se multiplica el dividendo y el divisor por la unidad seguida de tantos ceros como cifras decimales tiene el divisor. - A continuación, se efectúa la división.	$178{,}43 : 62{,}5$ El divisor tiene una cifra decimal. Multiplicamos el dividendo y el divisor por 10. $178{,}43 \times 10 = 1784{,}3$ $62{,}5 \times 10 = 625$ La división inicial se ha transformado en una división de un número decimal entre un número natural. $1784{,}3 : 625$

DIVISIÓN POR LA UNIDAD SEGUIDA DE CEROS

Para dividir por la unidad seguida de ceros (10, 100, 1000…) basta con **desplazar** la coma hacia la **izquierda** tantos lugares como ceros hayan, añadiendo ceros si fuera necesario.

Por ejemplo:

$$27{,}13 : \underset{1\ cero}{10} = \underset{\substack{desplazamos\ la \\ coma\ 1\ posición}}{2{,}713} \qquad 1{,}23 : \underset{3\ ceros}{1000} = \underbrace{0{,}00123}_{\substack{desplazamos\ la \\ coma\ 3\ posciciones}}$$

3.4 Aproximaciones

En ocasiones nos encontramos con números decimales con muchas o infinitas cifras decimales que debemos "acortar" para poder operar con ellos. Este método se llama **redondeo.**

El procedimiento para **redondear un número** hasta una determinada cifra, es el siguiente:

- Nos fijamos en la cifra que viene detrás de la que vamos a redondear:
  - Si es mayor o igual a 5, la última cifra aumenta en una unidad.
  - Si es menor que 5, se queda igual.

Por ejemplo:

$$12{,}356 \xrightarrow[\text{a centésimas}]{\text{redondeamos}} 12{,}36 \qquad 95{,}2314 \xrightarrow[\text{a milésimas}]{\text{redondeamos}} 95{,}231$$

3.5 Aproximaciones de un número decimal. Truncamiento y redondeo

<u>Aproximación de un número decimal</u>

Habitualmente al operar y trabajar con cifras decimales no pueden emplearse todas sus cifras de la parte decimal bien porque tiene muchas (como los números decimales periódicos que tienen infinitas) o bien por que el cálculo que queremos hacer requiere un número de cifras concreto y el numero obtenido tiene más de las que se requieren;

En estos casos requerimos realizar la **aproximación** del número decimal.

Aproximar un número decimal es reducirlo a otro que tenga menor número de cifras decimales de forma que siga teniendo un valor cercano al mismo. Esto puede dar lugar a dos situaciones distintas distintas:

I. **Aproximación por exceso;** Esto ocurre si <u>el valor aproximado es mayor que el exacto</u>. P.e. si tomamos el número 27, 451922 y queremos dejarlo con tres decimales podemos decir que el número resultante de la aproximación es el 27, 45**2**. Queda claro que 27,45**2** > 27, 451922, Valor aproximado> Valor exacto o inicial.

II. **Aproximación por defecto;** Esto ocurre si el valor aproximado es menor que el exacto. P.e. si tomamos de nuevo el número 27, 451922 y queremos dejarlo con tres decimales podemos decir que el número resultante de la aproximación es el 27, 45**1,** e ignorar las cifras siguientes.

En aproximación de cifras decimales se utilizan en todo el mundo básicamente dos métodos **TRUNCAMIENTO** y **REDONDEO**.

Aunque se emplean ambos el método del **REDONDEO** es el más utilizado en ciencias experimentales, cálculos de ingeniería y en contabilidad y economía donde se requiere un número de decimales y normalmente no se opta por despreciar, se redondea.

Aproximación por TRUNCAMIENTO

APROXIMACIÓN POR "TRUNCAMIENTO"

Una aproximación por TRUNCAMIENTO consiste en escribir únicamente las cifras que interesan del número y despreciar el resto.

p.e si el número es el 34,33196 y nos interesan 3 decimales (lo decidimos o nos lo exigen)lo aproximaríamos como 34,331, si nos interesaran 4 decimales lo aproximaríamos como 34,3319, y si nos interesara por ejemplo 1 como 34,3.

En todos estos casos la primera cifra que ya no ponemos y las siguientes tienen un valor nulo, es decir es como si escribiéramos 34,331**0** en el primer caso, o 34,3319**0** en el segundo o 34,3**0** en el último caso mencionado. De hecho ***"truncar"*** significa cortar o partir una parte de algo, por todo esto como la última cifra que ponemos se queda como está el **truncamiento** es una aproximación por defecto

Aproximación por REDONDEO

APROXIMACIÓN POR "REDONDEO"

En una aproximación por REDONDEO hay que tener en cuenta la primera cifra del números que no se va a escribir y hacer lo siguiente;

- *Si esa cifra **es menor que 5,** se escriben las cifras anteriores tal y como aparecen en el número.(es decir, se aproxima por defecto como en el truncamiento)*

  p.e. si queremos dejar solo un decimal; 3,14--→3,1
  4,84-→4,8

- *Si esa cifra es mayor o igual que 5 , a la última cifra que sí se va a escribir se le suma una unidad*

  p.e. si queremos dejar solo un decimal; 3,15--→3,2
  4,85-→4,9

p.e. Según este método por ejemplo si decidiéramos aproximar las siguientes cifras a 1 decimal;
3,10 **3,1**1 **3,1**2 **3,1**3 y **3,1**4 todas ellas se aproximarían como **3,1**,
3,15 3,16 3,17 3,18 y 3,19 se aproximarían como **3,2** al ser la última cifra eliminada mayor o igual que 5.
p.e. aproximar a un decimal 3,143 daría 3,1 pero hacerlo con 3,153 daría 3,2 por que al rechazar los otros dos la primera que no se cogen en el primer caso es un 4 y en el segundo un 5.